Zestaw - 1

1. **Sprawdź czy następująca formuła jest tautologią:** ( (p \wedge r)\vee( q \wedge \neg r) )\Rightarrow(p \wedge q)

Załóżmy, że formuła ta nie jest tautologią zatem, że jest równa 0

¬((p∧r) ∨ (q ∧ ¬r)) ∨ (p ∧ q) ⇔ 0

¬(p ∧ r) ∧ ¬ (q ∧ ¬r) ∨ (p ∧ q) ⇔ 0

(¬p ∨ ¬r) ∧ (¬ q ∨ r) ∨ (p ∧ q) ⇔ 0

(¬p ∧ ¬ q) ∨ (¬p ∧ r) ∨ (¬r ∧ ¬ q) ∨ (¬r∧ r) ∨ (p ∧ q) ⇔ 0

(¬p ∧ ¬ q) ∨ (¬p ∧ r) ∨ (¬r ∧ ¬ q) ∨ (p ∧ q) ⇔ 0 czy lewa strona może być równa 0?

aby tak było, to:

(¬p ∧ ¬q) ⇔ 0 ∧ (¬p ∧ r) ⇔ 0 ∧ (¬r ∧ ¬q) ⇔ 0 ∧ (p ∧ q) ⇔ 0

Przyjmując p = q = 0 znaczy to jednak

**(1 ∧ 1) ⇔ 1**

Z kolei dla p = 1, q = 0

(0 ∧ 1) ⇔ 0 ∧ (0 ∧ r) ⇔ 0 ∧ **(¬r ∧ 1) ⇔ ¬r** ∧ (1 ∧ 0) ⇔ 0

I analogicznie p = 0 q = 1

(1 ∧ 0) ⇔ 0 ∧ **(1 ∧ r) ⇔ r** ∧ (¬r ∧ 0) ⇔ 0 ∧ (0∧ 1) ⇔ 0

co oznacza, że lewa strona czasami może być równa 1, a to oznacza sprzeczność **zatem formuła ta nie jest tautologią**

2. **Sprawdź czy następująca formuła jest tautologią:** **( (p \vee r)\wedge( q \vee \neg r) )\Rightarrow (p \vee q)**

¬((p ∨ r) ∧ (q ∨ ¬r)) ∨ (p ∨ q)

¬(p ∨ r) ∨ ¬ (q ∨ ¬r) ∨ (p ∨ q)

¬(p ∨ r) ∨ ¬ (q ∨ ¬r) ∨ (p ∨ q) ⇔ 1 czy lewa strona może być równa 0?

aby tak było

¬(p ∨ r) ⇔ 0 ∧ ¬ (q ∨ ¬r) ⇔ 0 ∧ (p ∨ q) ⇔ 0 to znaczy p = q = 0

oraz ¬(0 ∨ r) ⇔ 0 ∧ ¬ (0 ∨ ¬r) ⇔ 0 tzn. ¬r ⇔ 0 ∧ r ⇔ 0 co oznacza sprzeczność

**zatem formuła ta jest tautologią**

3. **Podaj przykład wartościowania zmiennych tak, aby poniższe formuły były wartościowane na 0**

implikacja jest prawdziwa np. gdy

żeby implikacja była fałszywa musi zachodzić

1. **Podaj przykład wartościowania zmiennych tak, aby poniższe formuły były wartościowane na 1**

Żeby implikacja była fałszywa musi zachodzić

Żeby implikacja była prawdziwa musi zachodzić np.

Sprawdzamy 1 warunek dla

Zgadza się to sprawdzamy 2 warunek

Z pierwszego warunku podstawiam:

Dla p=1 otrzymujemy:

Wartościowanie to: ,

1. **Sprawdź prawdziwość:**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |

1. **Sprawdź równoważności:**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

1. **Uprość wyrażenia:**

Po przekształceniu

I ostatecznie

Po przekształceniu

I ostatecznie

1. **Sprawdź, że następujące wyrażenia są tautologiami:**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |